**Практическое занятие 4**

**ОПРЕДИЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ УСТОЙЧИВОСТИ**

**1. Основные теоретические сведения.**

**Критерий Гурвица.**

Под алгебраическими критериями устойчивости понимают правила, позволяющие исследовать устойчивость системы по коэффициентам характеристического уравнения без непосредственного нахождения его корней. Среди алгебраических критериев наибольшее распространение в теории автоматического управления получили критерии Рауса, Гурвица.

Задача отыскания критериев устойчивости для систем, описываемых дифференциальными уравнениями любого порядка, впервые была сформулирована в 1868 году Максвеллом. В алгебраической форме эта задача была решена Раусом в 1877 году, затем независимо от него в 1895 г. Гурвицем. Условия устойчивости, получившие название критерия Рауса-Гурвица (чаще критерий Гурвица), были введены в виде неравенств, составленных по особым правилам по коэффициентам характеристического полинома.

Существует несколько алгоритмов, позволяющих проверить устойчивость полинома

**

Прежде всего, для устойчивости все коэффициенты *a* (*i* 0,...,*n*) должны быть одного знака, обычно считают, что они положительные. Это *необходимое условие устойчивости полинома.* Однако при *n* > 2 это условие недостаточно, если полином имеет комплексно-сопряженные корни. Поэтому были разработаны ***необходимые и достаточные***условия (критерии) устойчивости полиномов.

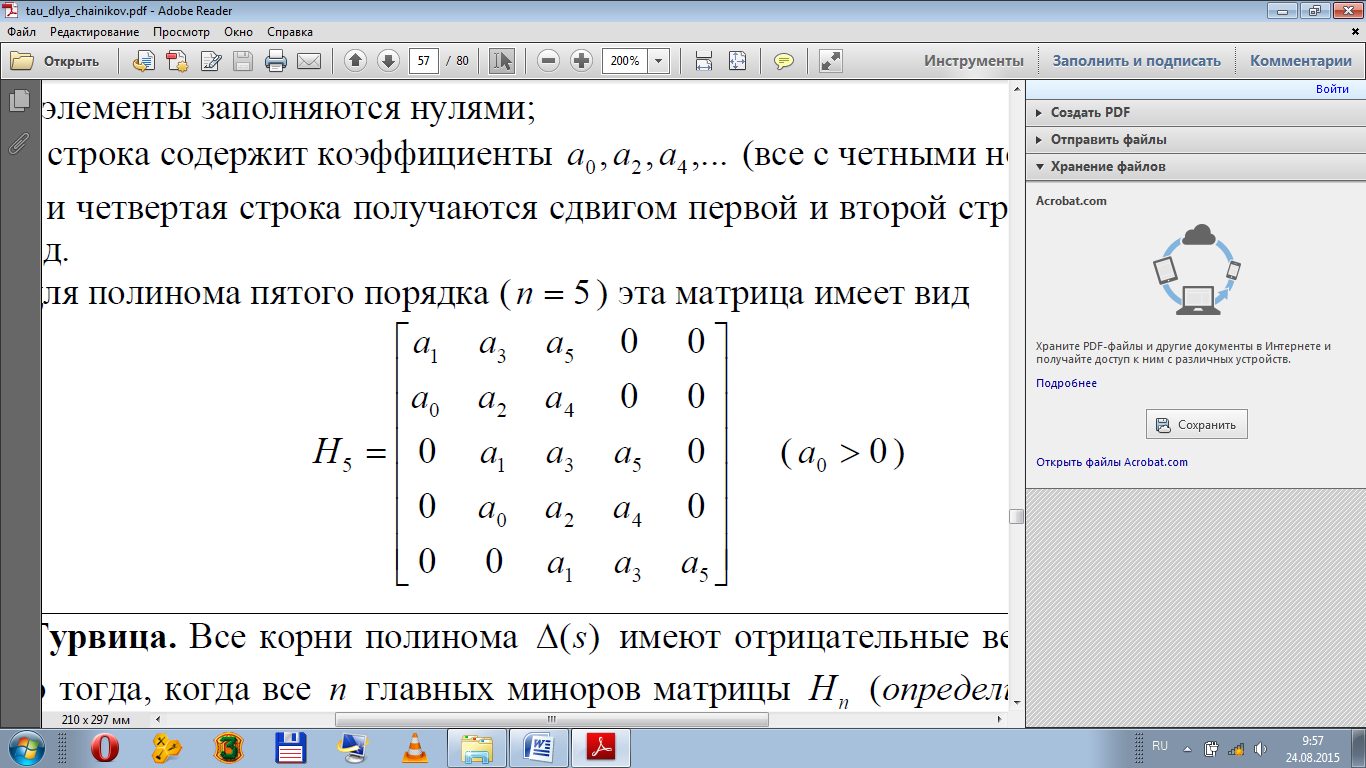
Один из самых известных критериев – **критерий Гурвица** – использует матрицу *Hn* размером *n*× *n* , составленную из коэффициентов полинома А(*р*) следующим образом:

• первая строка содержит коэффициенты *а*1, *а*3, *а*5,(все с нечетными номерами), оставшиеся элементы заполняются нулями;

• вторая строка содержит коэффициенты *а*0, *а*2, *а*4,(все с четными номерами);

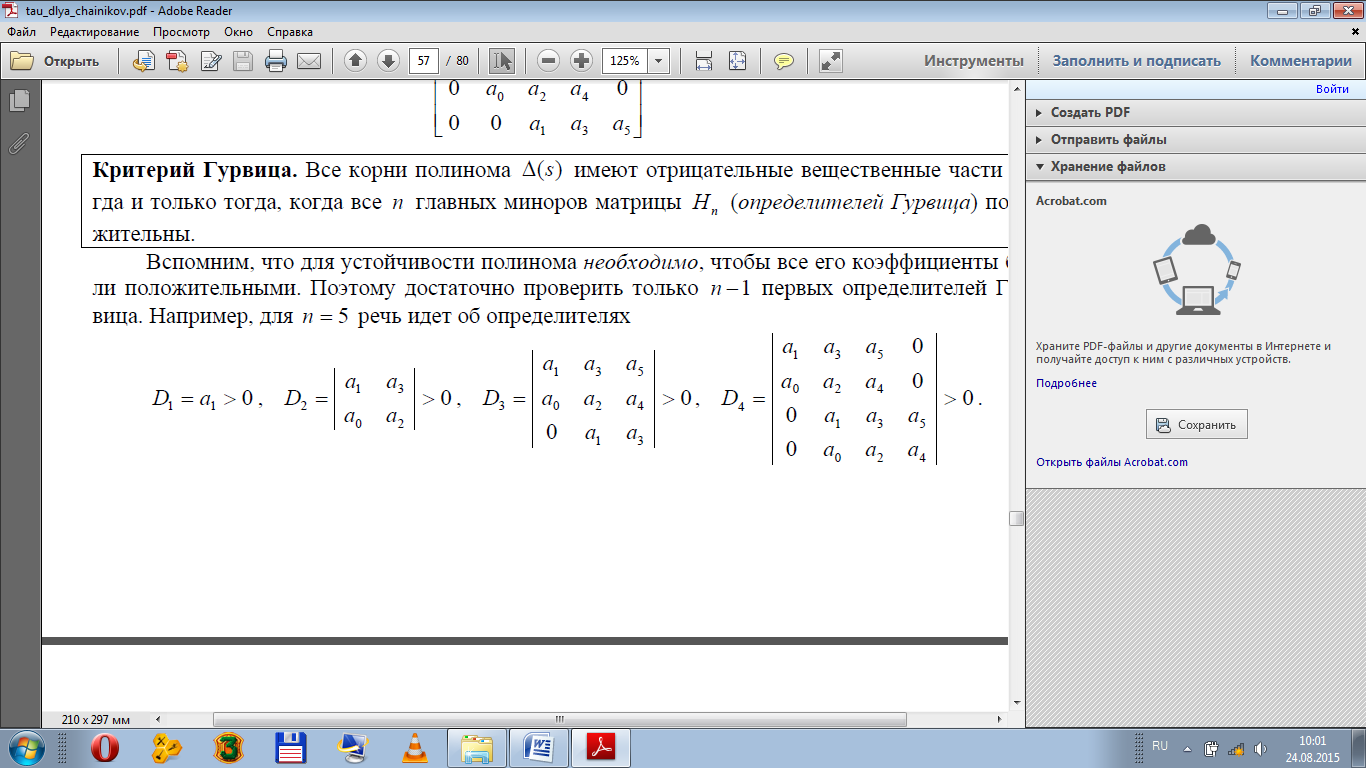
• третья и четвертая строка получаются сдвигом первой и второй строк на 1 позицию вправо, и т.д.

Например, для полинома пятого порядка ( *n* = 5 ) эта матрица имеет вид



**Критерий Гурвица.** Все корни полинома А(р) имеют отрицательные вещественные части тогда и только тогда, когда все ***n***главных миноров матрицы *Hn* (*определителей Гурвица*) положительны.

Вспомним, что для устойчивости полинома *необходимо*, чтобы все его коэффициенты были положительными. Поэтому достаточно проверить только *n* −1 первых определителей Гурвица. Например, для *n* = 5 речь идет об определителях

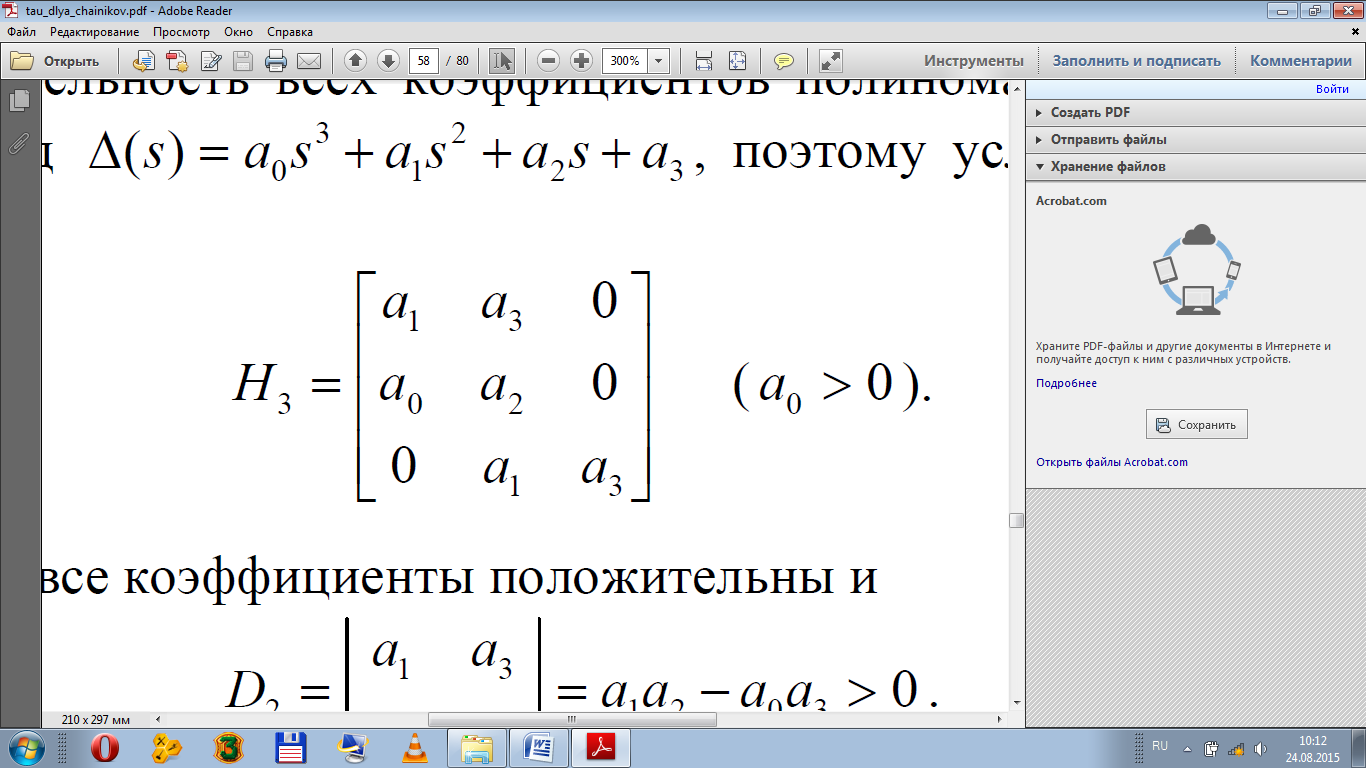


Таким образом, условия устойчивости сводятся к нескольким неравенствам. Это очень удобно для систем низкого порядка.

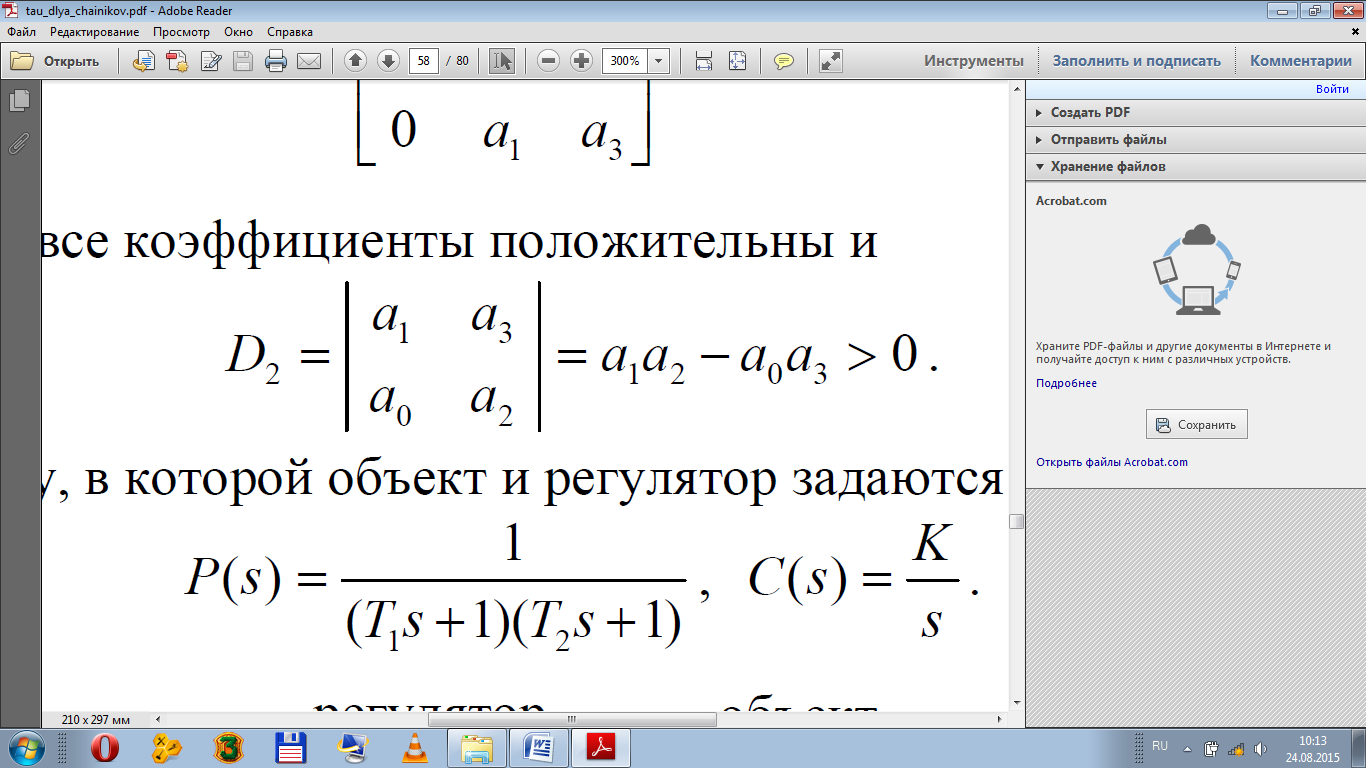
Например, для *n* = 2 необходимое и достаточное условие устойчивости – положительность всех коэффициентов полинома. Для *n* = 3 характеристический полином имеет вид

**

поэтому условия Гурвица определяются матрицей



Полином устойчив, если все коэффициенты положительны и



Нужно отметить, что при выполнении необходимого условия устойчивости (положительности всех коэффициентов характеристического полинома АС) достаточно проверить положительность только нечетных определителей, т. е. *D1, D3 ,D5* и т. д. **(это условие Льенара-Шипара, 1914 г.)**

Более того, для систем не выше 4-го порядка достаточно при выполнении необходимого условия устойчивости проверить положительность только одного определителя *Δn-1.* Это условие для системы 3-го порядка получило название критерия **Вышнеградского**.



Для такой АС



т. е. для устойчивой АС произведение “средних” коэффициентов должно быть больше произведения “крайних”.

Так как для *n > 4* условия Гурвица получаются достаточно громоздкими, то практически критерий Гурвица применяется лишь для систем не выше 4-го порядка (как замкнутых, так и разомкнутых).

Условие нахождения АС на границе устойчивости можно получить, приравнивая к нулю главный определитель *Dn* , т. е.

**

**Возможно 2 случая:**

|  |  |
| --- | --- |
| 1)*а0 = 0* | означает, что один из корней характеристического полинома уравнения равен нулю (АС находится на границе так называемой апериодической устойчивости) |
| 2)Dn-1=0 | означает, что имеются два сопряженных чисто мнимых корня (АС находится на границе колебательной устойчивости) |

Условие

Dn-1 = 0

позволяет определить критическое значение параметров АС.

Т. е. если Dn-1 = Dn-1(λ) , где λ - параметр системы, то значение λ, при котором

Dn-1 (λкр) = 0

называется **критическим.**

**2. Решение задач по определению устойчивости автоматических систем с помощью критерия Гурвица.**

**Пример решения задачи:**

Определить является ли, замкнутая АС устойчивой, если полином характеристического уравнения имеет вид:



При решении задачи определить необходимые и достаточные условия устойчивости АС и сделать вывод.

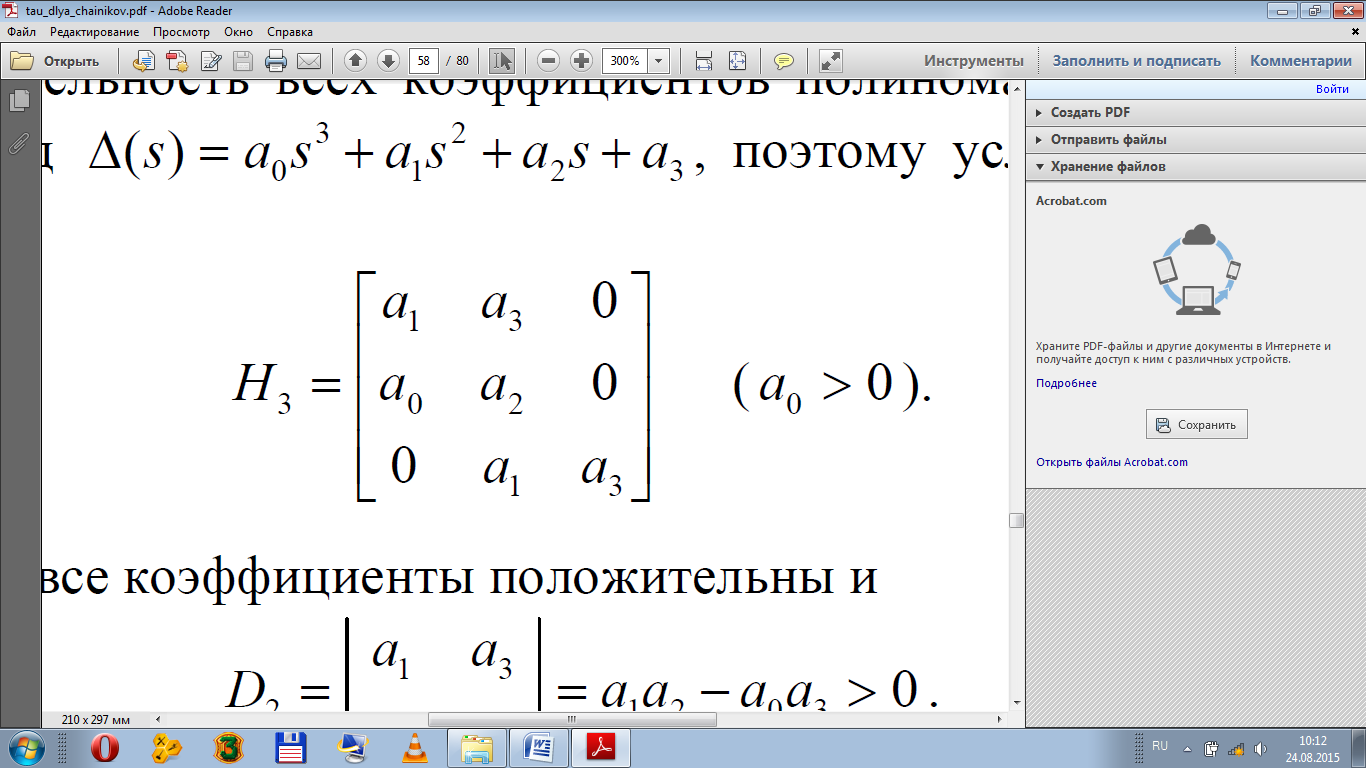
Распишем коэффициенты характеристического полинома и определим необходимые условия устойчивости системы



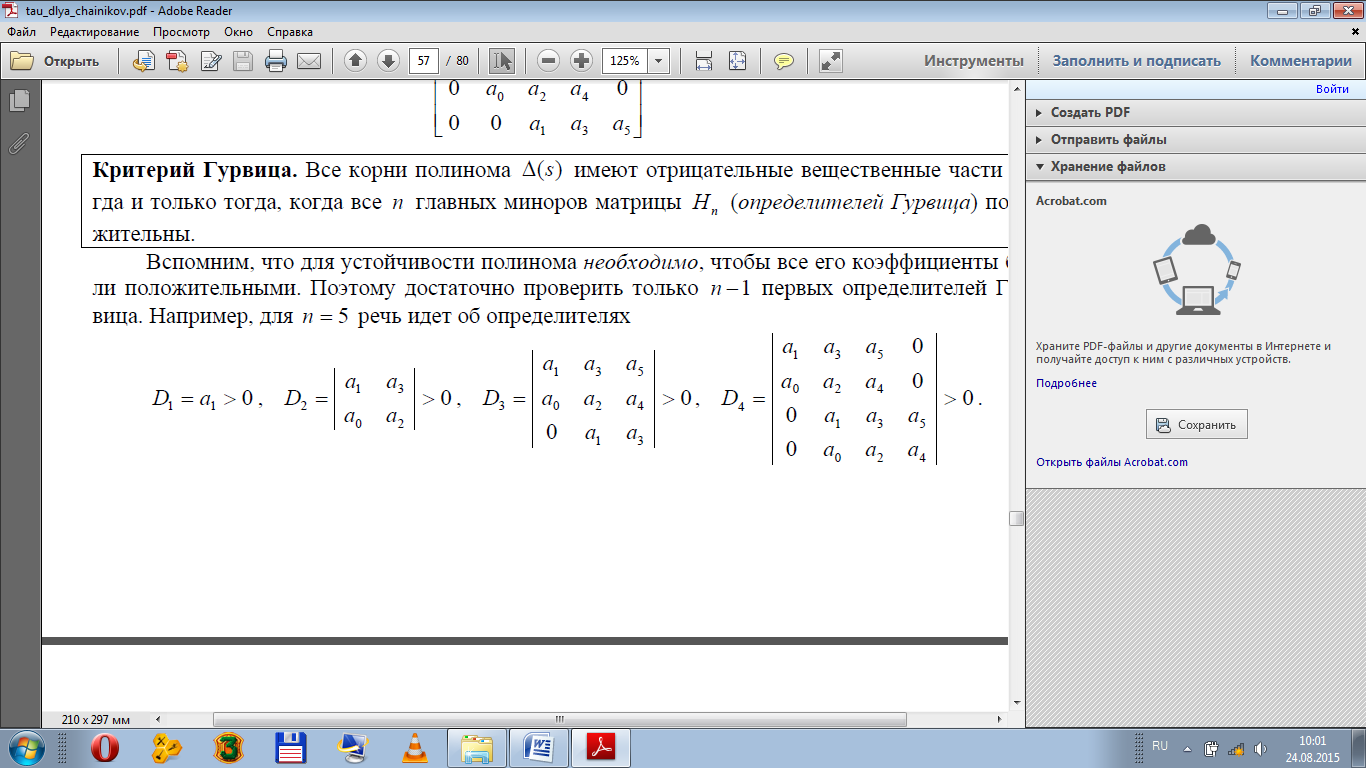
Учитывая, что все коэффициенты больше нуля необходимые условия устойчивости выполняются, однако так как полином третьей степени необходимые условия не являются достаточными.

**Определим достаточные условия** устойчивости с помощью критерия Гурвица.

Составим матрицу *H3* размером *3*× *3* , составленную из коэффициентов полинома А(*р*).



Проверяем *n* −1 первых определителей Гурвица, для *n* = 3 речь идет об определителях





Ответ: Система устойчива.

**3. Задачи для решения.**

Определить устойчивость автоматических систем используя критерий Гурвица, а также необходимые условия устойчивости:

1. A(p) = 3p3 + 2p2 + p + 2
2. A(p) = p3 + p2 + p + 1
3. A(p) = p3 +2p2 + p + 1
4. A(p) = p3 + 2p2 - p + 1
5. A(p) = 2p2 +7p + 1
6. A(p) = -5p2 +7p - 1
7. A(p) = 4p3 + p2 + 4p + 1
8. A(p) = p3 + p2 + p + 1
9. A(p) = 2p4 + p3 + 2p2 + 1
10. A(p) = p4 + 3p3 + 5p2 + 7p + 1
11. A(p) = 3p4 + 2p3 + p2 + p

Autogenerated

|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | |
|  |
| **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  **УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  **«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  **(ДГТУ)** | |

Кафедра: **Техническая эксплуатация летательных аппаратов и наземного оборудования**

Практические занятия

(зачтено / не зачтено)

(руководитель: уч. степень, звание, Ф.И.О)

«\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.

(подпись) (дата)

**ОТЧЕТ**

по практическим занятиям

Тема ПЗ - **Опредиление устойчивости автоматических систем с помощью алгебраических критериев устойчивости**

Отчет подготовил студент группы

(номер группы)

(Ф.И.О.)

«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.

Ростов-на-Дону

20\_\_\_\_г